

## MATEMÁTICAS II

*(Responde a todas las preguntas de las dos opciones. Opción N: ejercicio 1 = 2 dígitos, ejercicio 2 = 1 dígito, ejercicio 3 = 1 dígito, ejercicio 4 = 3 dígitos. Opción W: ejercicio 1 = 3 dígitos, ejercicio 2 = 2 dígitos, ejercicio 3 = 2 dígitos, ejercicio 4 = 1 dígito)*

### OPCIÓN N

1. Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2-m & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & m-2 & 2 \end{pmatrix}$ ,

a) Calcula el valor de  $m$  para que se verifique que  $A \cdot A^t = 9I$ , siendo  $A^t$  la traspuesta de la matriz  $A$  e  $I$  la matriz identidad de orden 3.

b) Para el valor de  $m$  obtenido en el apartado anterior, calcula el rango de la matriz  $A-3I$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden 3.

2. Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x t^2 \cdot e^{-t} dt$

3. a) Determina el valor de  $\lambda$  para que los puntos  $A(1,-2,-2)$ ,  $B(-1,1,3)$ ,  $C(0,1,5)$  y  $D(2,-2,\lambda)$  sean coplanarios y calcula la ecuación implícita o general del plano que los contiene.

b) Estudia la posición relativa del plano  $\pi: 2x + 3y - z + 2 = 0$  y la recta que contiene a los puntos  $P(0,0,0)$  y  $Q(3,-2,0)$  y, si se cortan, calcula el punto de corte.

4. En una fábrica hay tres máquinas, A, B y C, que producen la misma cantidad de piezas. La máquina A produce un 1% de piezas defectuosas, la B un 3% y la C un 6%.

a) De las piezas defectuosas, ¿Qué porcentaje proviene de la máquina C?

b) Si escogemos 30 piezas producidas en la fábrica, ¿Cuántas cabe esperar que sean defectuosas?

### OPCIÓN W

1. a) Discute, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema: 
$$\left. \begin{array}{l} 3x - my + 2z = 14 \\ mx + y - z = -7 \\ x + y - mz = m \end{array} \right\}$$

b) Resuélvelo, si es posible, para  $m=0$  y para  $m=1$ .

2. a) Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x-1} & \text{si } x < 1 \\ a-2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ , calcula el valor de  $a$  para que sea continua. Para dicho valor de  $a$ , ¿es  $f$  derivable?

b) Enunciado e interpretación geométrica del Teorema de Rolle.

c) Dibuja y calcula el área de la figura limitada por  $y = x^2$ ,  $y = x$ ,  $x = 0$  y  $x = 2$ . (Nota: Para el dibujo de la parábola, indica: Puntos de corte con los ejes de coordenadas, el vértice y concavidad o convexidad)

3. Sean  $\pi: 2x - y + 2z + 4 = 0$  y  $r: \frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{-4} = \frac{z-1}{1}$

a) Estudia su posición relativa. Si se cortan, calcula su punto de corte y si la recta es paralela al plano, calcula la distancia entre ellos.

b) Calcula el valor de  $\lambda$  para que el plano  $\alpha: \lambda x + (\lambda - 3)y - \lambda z + \lambda = 3$  contenga a la recta  $r$  y sea perpendicular al plano  $\pi$

4. La altura de los alumnos de un instituto sigue una distribución normal de media 160 centímetros y desviación típica desconocida. Si el 0,62% de los alumnos mide más de 175 centímetros, ¿cuánto vale la desviación típica?